

Меклер А.А. (С.-Петербург).

## К вопросу о выборе лаговых параметров при вычислении корреляционной размерности восстановленного аттрактора ЭЭГ.

Электроэнцефалография как метод изучения деятельности головного мозга человека широко применяется в различных областях медицины и физиологии. Электроэнцефалограмма (ЭЭГ) представляет собой запись изменяющегося во времени электрического потенциала, регистрируемого на поверхности черепной коробки. К настоящему времени разработан ряд традиционных способов анализа ЭЭГ, дискриминационные способности которых позволяют использовать их в качестве вспомогательных диагностических методов в медицине (в основном – спектральный анализ, а также визуальная диагностика).

В последнее время получил развитие ещё один метод анализа ЭЭГ – с использованием аппарата теории динамического хаоса [1, 2].

В настоящей статье будут рассмотрены проблемы, связанные с вычислением одной из ключевых величин, характеризующих нелинейные процессы, – корреляционной размерности восстановленного аттрактора системы ( $D_2$ ). В основе процедур, связанных с восстановлением аттрактора системы, лежит теорема Ф. Такенса [3]. Согласно этой теореме, располагая только одной реализацией хаотического процесса, можно восстановить аттрактор всей системы с точностью до аффинного преобразования. При этом можно вычислить его некоторые метрические характеристики, которые будут такими же, как соответствующие характеристики исходного аттрактора системы. Корреляционная размерность является одной из таких характеристик и вычисляется при помощи алгоритма Грассбергера-Прокачча [4].

Пусть имеется хаотический процесс  $X_i$  – последовательность измеренных мгновенных значений переменной  $x$ . В аттракторе, восстановленном в  $n$ -мерное пространство каждая точка  $x_i$  будет отображаться на точку этого пространства с координатами  $\{x_i, x_{i+\tau} \dots x_{i+(n-1)\tau}\}$ . Пространство, в котором восстанавливается аттрактор, называется лаговым пространством, а его размерность обозначается  $D_{emb}$ .

Корреляционная размерность восстановленного аттрактора вычисляется следующим образом.

Сначала вычисляется корреляционный интеграл:

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N \Theta(\varepsilon - |x_i - x_j|), \text{ где}$$

$$\Theta(x) \text{ — функция Хевисайда} \text{ — } \Theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}, \text{ а } |x_i - x_j| \text{ —}$$

расстояние в лаговом пространстве между  $i$ -м и  $j$ -м элементами исходного временного ряда.

Если построить график  $C(\varepsilon)$  в двойном логарифмическом масштабе, то величина наклона линейного участка этого графика и будет соответствовать величине  $D_2$ .

Существует минимально необходимая размерность лагового пространства — та, при которой кривая зависимости  $D_2(D_{emb})$  входит в насыщение.

Математическое обоснование данной методики сделано в предположении о том, что мы имеем дело с исходным рядом бесконечной длины. Длина сигнала ЭЭГ ограничена временем регистрации. Это приводит к тому, что возникает проблема подбора оптимальной величины  $\tau$  — лага [6]. Кроме того, в этом случае возникает систематическая ошибка вычислений, которую можно частично скомпенсировать, исключив из вычисления корреляционного интеграла скоррелированные точки исходного временного ряда — находящиеся на небольшом расстоянии друг от друга [5]. Минимальное расстояние во временном ряду, находящиеся на котором точки включаются в вычисления, называется окном Тейлера.

Способы выбора величины лага и окна Тейлера приведены в [6]. Очень часто при работе с ЭЭГ применяют фиксированные лаговые параметры — единичный лаг, нулевое окно Тейлера и некоторое фиксированное значение величины  $D_{emb}$  — как правило —  $10 \div 15$ .

При обработке ЭЭГ можно пользоваться разными алгоритмами — от использования фиксированных значений всех лаговых параметров до вычисления всех их значений в автоматическом режиме.

В результате перед исследователем стоит задача выбора оптимального алгоритма. В экспериментальной науке одним из критериев, руководствуясь которым можно отдавать предпочтение тому или иному способу обработки данных, является дискриминационная способность метода, т.е. то, насколько сильно изменяются результаты анализа измерений в зависимости от условий эксперимента. Такой подход можно встретить и в данном научном направлении [9].

Исходя из изложенных соображений, был обработан массив данных, полученных в результате психофизиологического эксперимента — регистрации ЭЭГ в различных психофизиологических состояниях. Более подробно эксперимент описан в [10] (данные для обработки любезно предоставлены авторами указанной публикации).

Время регистрации ЭЭГ составляло около 60 сек при частоте дискретизации 125 Гц. После удаления артефактных участков длина

обрабатываемых рядов составляла около 5000 отсчётов. Регистрация ЭЭГ производилась по 19 каналам – с 19 отведений.

Все энцефалограммы были обработаны с применением четырёх вариантов алгоритмов:

1. все лаговые параметры фиксированы – единичный лаг, нулевое окно Тейлера;
2. фиксированная величина лага (единичный) и автоматически вычисляемый размер окна Тейлера;
3. фиксированный размер окна Тейлера (нулевой) и автоматически вычисляемая величина лага;
4. автоматически вычисляемые величина лага и размер окна Тейлера.

Во всех случаях задавалась фиксированная размерность пространства вложения –  $D_{emb} = 10$ .

Нашей задачей было определить, насколько сильно различаются между собой состояния испытуемых по величине  $D_2$ . Кроме того, можно было также определить, насколько сильно выражены различия по этой величине между разными отведениями.

После вычисления величин корреляционной размерности восстановленного аттрактора ЭЭГ для каждого отведения была произведена статистическая обработка результатов расчётов – отдельно для каждого алгоритма вычислений. Для статистической обработки результатов был применён дисперсионный анализ (ANOVA). План анализа был построен для оценки индивидуальных изменений (within subjects design) под воздействием 2-х факторов – состояние испытуемого (т.е. условия эксперимента) и отведение, с которого регистрировалась ЭЭГ.

Таблица 1

Факторы	Лаговые параметры			
	Все фиксированы	Окно Тейлера – авто, лаг – единичный	Лаг – авто, окно Тейлера – фиксированное	Лаг и окно Тейлера – авто.
Отведение	0.00E+00	0.00E+00	3.08E-13	6.32E-14
Состояние	1.09E-12	5.26E-14	2.61E-12	1.57E-04
Отведение и состояние	5.01E-02	1.30E-02	8.81E-06	1.15E-08

Таблица 1. Уровни значимости различий между режимами измерений под воздействием факторов отведения регистрации ЭЭГ и состояния испытуемого, определены для различных алгоритмов вычисления  $D_2$ .

То, что в двух случаях  $p = 0$ , объясняется наличием ошибки округления в вычислительной программе.

Был вычислен уровень значимости (*p*-level) изменения величины  $D_2$  под воздействием фактора условий эксперимента, фактора отведения и совместного воздействия факторов условий эксперимента и отведения. Уровень значимости был вычислен для каждого варианта алгоритма вычисления  $D_2$ . Результаты этого расчёта приведены в таблице 1.

Из этой таблицы видно, что различия между энцефалограммами, зарегистрированными с разных отведений, сильнее всего проявляются при вычислении  $D_2$  с фиксированными лаговыми параметрами или с автоматически вычисляемым размером окна Тейлера. Фактор состояния испытуемого оказывает наиболее сильное влияние на результаты вычислений, если в алгоритме используется фиксированная величина лага и автоматически устанавливаемый размер окна Тейлера ( $p = 5,26 \cdot 10^{-14}$ ). В случае, когда рассматривается совместное воздействие факторов состояния и отведения, наиболее чувствительным оказывается алгоритм, использующий автоматическое вычисление величины лага и размеров окна Тейлера ( $p = 1,15 \cdot 10^{-8}$ ).

В практике научных исследований в области физиологии редко бывают случаи, когда появляется необходимость оценки совместного влияния факторов отведения и состояния. Поэтому, исходя из приведённого критерия в физиологических экспериментах, следует пользоваться алгоритмом вычислений, в котором автоматически вычисляется размер окна Тейлера при фиксированном лаге.

#### *Литература:*

1. Хакен Г. Принципы работы головного мозга. М.: 2001.
2. Babloyantz A. Strange Attractor In the Dynamics of Brain Activity. In: Haken H. (ed.) Complex Systems – Operational Approaches. – Berlin. Springer.1985.
3. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. In: D.A. Rand and L.S. Young, editors, Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980, Lecture Notes in Mathematics, 898, 366 – 381. Springer, Berlin, 1981.
4. Grassberger P., Procaccia I., Characterization of strange attractors. In: Physical Review Letters, 1983, v.50, pp. 346-349.
5. Theiler J. Spurious Dimension from Correlation Algorithms Applied to Limited Time Series Data. In: Physical Rev. A, 34, #3, 2427, 1986.

6. Hegger R., Kantz H., and Schreiber T., Practical Implementation of Nonlinear Time Series Methods. The TISEAN package. In: CHAOS 9, 413, 1999.
7. Elbert T., Ray W.Z. and others. Chaos and physiology: Deterministic in Excitable Cell Assemblies. In: Phisiol. Rev. vol. 74, #1, 1 – 47, 1994.
8. Das A., Das P. Characterization of Chaos Evident in EEG by Nonlinear Data Analysis. Complexity, vol. 7, #3, 2002.
9. Albano A.M., Mees A.I., de Guzman G.C., Rapp P.E. Data Requirements for Reliable Estimation of Correlation Dimension. // In: Degn H., ed., Chaos in Biological Systems., NY, 1987, p. 207.
10. Данько С.Г., Бехтерева Н.П., Шемякина Н.В., Антонова Л.В. Электроэнцефалографические корреляты мысленного переживания эмоциональных личных и сценических ситуаций. Физиология человека, т. 29, №3, с. 5 – 15, 2003.

© Меклер Алексей Александрович, 2005.

Опубликовано в сб. «Теоретические и методические проблемы обучения в школе и вузе (математика, информатика)». Межвузовский сборник научных трудов п/ред. проф. Хамова Г.Г. С.-Петербург-Мурманск, 2005.- 203 стр., стр. 99-103.