

Особенности вычисления величины корреляционной размерности восстановленного аттрактора ЭЭГ детей 4 – 6 лет.

При вычислении корреляционной размерности восстановленного аттрактора ЭЭГ предъявляются требования к минимальной продолжительности обрабатываемого сигнала. При этом зачастую эти требования не могут быть выполнены из-за того, что время, затрачиваемое на регистрацию ЭЭГ минимально необходимой длины оказывается слишком велико с точки зрения стационарности исследуемых состояний. Особенности ЭЭГ детей 4 – 6 лет (и, по всей вероятности, более младшего возраста) таковы, что даже относительно короткие фрагменты оказываются вполне пригодными для вычислений.

Calculating of correlation dimension of reconstructed attractor of EEG requires quite large duration of signal. Sometimes this requirement can't be fulfilled, because time interval, which is taken by EEG registration, becomes too long. It may be so long, that investigated physiological states appear to be not stationary inside this interval. EEG of 4 – 6 (and, probably, less) years old infants has a peculiarity, according to which even relatively short periods appear to be suitable for calculations.

В последнее время получили развитие способы исследования ЭЭГ, основанные на методах теории динамического хаоса. Проводятся исследования, посвящённые изучению таких параметров ЭЭГ, как показатель Ляпунова, какая-либо из фрактальных размерностей восстановленного аттрактора (чаще всего – корреляционная), показатель Хёрста, IFS Clumpiness Test и др.

Одной из наиболее часто используемых при исследовании ЭЭГ методами нелинейной динамики величин является корреляционная размерность восстановленного аттрактора (D_2). В основе метода вычисления этой величины лежит алгоритм Грассбергера-Прокачча [1]. Этот алгоритм обладает рядом недостатков, один из которых заключается в том, что к изучаемому сигналу предъявляются требования, которые на практике трудно реализовать. Одним из них является требование к длине исследуемого

временного ряда (ряда мгновенных значений оцифрованного сигнала ЭЭГ). Для получения надёжных результатов она должна быть достаточно велика.

Существуют различные критерии минимальной длины анализируемого ряда. Например, критерий А. Цониса определяет минимальную длину ряда $N > 10^{2+0,4D_2}$, где D_2 - предполагаемая корреляционная размерность восстановленного аттрактора [2]. Согласно другим критериям $N > 2^{D_2(D_2+1)}$ [3] и $N > 10^{D_2/2}$ [4]. Наконец, есть мнение, что минимальная длина ряда зависит не только от параметров размерности, но и от коррелированности процесса: $N > 2\tau^{D_{emb}/2}$ (здесь τ – время автокорреляционной функции – количество шагов до её первого нуля или минимума; D_{emb} – размерность лагового пространства) [5].

Поскольку D_2 ЭЭГ взрослого человека находится в пределах $5 \div 8$ [6], для выполнения этих требований может потребоваться запись ЭЭГ, содержащая порядка 100000 отсчётов, а то и больше. При частоте выборки 250 Гц время регистрации такой ЭЭГ составит $6 \div 7$ минут, что недопустимо с точки зрения требования к стационарности процесса. В связи с этим, стараясь использовать по-возможности длинные отрезки ЭЭГ, всё-таки приходится вводить в процедуру вычислений дополнительные модификации.

Одна из таких модификаций называется «окно Тейлера» (Theiler window) [5, 7]. Суть её заключается в следующем. Точки, расположенные в исходном ряду в непосредственной близости друг от друга, оказываются, как правило, коррелированными. В случае конечной длины исходного ряда это приводит к ошибкам в вычислении корреляционного интеграла $C(\varepsilon)$ [5]. Для того чтобы избежать этих ошибок, можно в процессе вычислений не принимать в расчет точки, расположенные в исходной последовательности на расстоянии меньше, чем w шагов. Величина w называется окном Тейлера.

В [5] указана минимальная величина этого окна – $w > \tau (2/N)^{2/D_{emb}}$ (τ – время автокорреляционной функции). Рекомендуемый размер окна – $w > \tau$

[5], хотя и он может быть недостаточен [7]. При этом нет гарантии того, что данная модификация полностью компенсирует последствия слишком малой длины исходного временного ряда.

Известно, что с возрастом характер ЭЭГ становится всё более стохастичным [8, 9]. Это говорит о том, что D_2 ЭЭГ у детей меньше, чем у взрослых. Например, в [9] описано исследование ЭЭГ в диапазоне возрастов от 7 до 60 лет. Это исследование показало, что с возрастом D_2 увеличивается.

В нашем исследовании были вычислены значения D_2 ЭЭГ, зарегистрированных у детей 4 \div 7 лет. Регистрировалась фоновая ЭЭГ (глаза открыты) с 19 отведений по системе 10-20. Расчёт производился в широкой полосе частот (0,16 \div 70 Гц) с режекторным фильтром на частоте 50 Гц. Частота дискретизации составляла 250 Гц. Вычисления производились с единичным лагом, окном Тейлера, рассчитанным при помощи графиков пространственно-временного разделения [10] и применением эстимайтора Такенса-Тейлера [11]. Более подробно об особенностях построения алгоритма вычислений см. [12]¹. Длина исходного ряда составляла всего 4000 отсчётов, что оказалось вполне допустимым. Дело в том, что среднее значение D_2 для выборки (92 человека) составило всего 3,97. При такой размерности восстановленного аттрактора согласно критерию Цониса для расчётов требуется временной ряд длиной всего 3872 точки (это без введения окна Тейлера и пр. модификаций). Верхняя граница доверительного интервала значений D_2 по выборке ($p\text{-level} = 0,05$) составила 4,28 (максимальное из 19 каналов значение), чему соответствует длина исходного временного ряда, составляющая 5152 точки. При частоте дискретизации сигнала ЭЭГ 250 Гц время его регистрации должно составлять примерно 20 сек. Несмотря на то, что длина исходных временных рядов была несколько меньше, результаты расчётов всё-таки можно считать достаточно

¹ В настоящее время подобные вычисления можно производить при помощи программы WinEEG (ООО «Мицар», г. Санкт-Петербург)

надёжными, так как вычисления производились по модифицированным алгоритмам.

Этими же методами были обработаны ЭЭГ (регистрация проводилась так же, как и в случае с детьми) студентов в возрасте $17 \div 19$ лет². Среднее значение D_2 по выборке (58 человек) составило 5,46. Максимальное значение верхней границы доверительного интервала значений D_2 по выборке ($p\text{-level} = 0,05$) составило 5,82. Это соответствует минимальной длине временного ряда, составляющей 21281 точку и, соответственно, продолжительности регистрации ЭЭГ 1 мин. 25 сек. Столь продолжительный период регистрации ЭЭГ может привести к методологическим ошибкам в построении эксперимента, т.к. далеко не все изучаемые явления стационарно протекают в течение столь длительного временного промежутка.

Конечно же, модификации основного алгоритма вычислений, применённые нами, позволяют использовать и более короткие отрезки ЭЭГ. Однако то, насколько эти отрезки могут быть короче, можно понять только при работе с конкретным материалом. В наших исследованиях вполне удовлетворительные результаты получались при работе с временными рядами длиной около 7000 отсчётов (длительность регистрации – 28 сек.).

Выводы

При вычислении корреляционной размерности восстановленного аттрактора ЭЭГ возможно появление погрешностей в вычислениях, связанных с ограниченной длиной исследуемого временного ряда. С этим явлением можно в какой-то мере бороться, вводя дополнительные модификации в основной алгоритм вычисления D_2 .

Характер ЭЭГ детей возраста $4 \div 6$ лет (и, по всей видимости, более младших возрастов) таков, что данная проблема проявляет себя в значительно меньшей степени. Это позволяет существенно расширить

² Данные любезно предоставлены ведущим научным сотрудником ИМЧ РАН Данько С.Г.

область применения данного вида анализа ЭЭГ при изучении работы головного мозга детей дошкольного и младшего школьного возрастов.

Литература.

1. Grassberger P., Procaccia I., Characterization of strange attractors. In: Physical Review Letters, 1983, v.50, pp. 346-349.
2. Tsonis A. Chaos: from Theory to Applications. NY. Premium Press. 1992.
3. Essex, C. and Nerenberg, M.A.H. Comment on "Deterministic Chaos: The Science and the Fiction" by D. Ruelle. Proc. R. Soc. Lond. A, 435, 287-292, 1991.
4. Ruelle, D. Deterministic chaos: the science and the fiction. In: Proc. R. Soc. Lond. A, 427, 241-248, 1990.
5. Theiler J. Spurious Dimension from Correlation Algorithms Applied to Limited Time Series Data. In: Physical Rev. A, 34, #3, 2427, 1986.
6. Elbert T., Ray W.Z. and others. Chaos and physiology: Deterministic in Excitable Cell Assemblies. In: Phisiol. Rev. vol. 74, #1, 1 – 47, 1994.
7. Hegger R., Kantz H., and Schreiber T., Practical Implementation of Nonlinear Time Series Methods. The TISEAN package. In: CHAOS 9, 413, 1999.
8. Polonnikov R.I., Wasserman E.L., Kartashev N.K. Regular Developmental Changes in EEG Characteristics. // International Journal of Neuroscience, vol. 113, pp. 1615 – 1639, 2003.
9. Anokhin, A.P., Birbaumer, N., Lutzenberger, W., Nikolaev, A., Vogel, F. (1996). Age increases brain complexity. Electroencephalography and Clinical Neurophysiology 99, 63-68.
10. Provenzale A., Smith L. A., Vio R., and Murante G. Distinguishing Between Low-Dimensional Dynamics and Randomness in Measured Time Series. In: Physica D, 58, 31, 1992.

- 11.Takens, F. On the numerical determination of the dimension of an attractor. In: Dynamical systems and bifurcations (Eds. B.L.J. Braaksma, H.W. Broer and F. Takens). Lect. Notes in Math. 1125, Springer, Heidelberg. 1985.
- 12.Меклер А.А. Применение аппарата нелинейного анализа динамических систем для обработки сигналов ЭЭГ.// в сб. Актуальные проблемы современной математики, вып. 13, т. 2, изд. ЛГУ им. А.С. Пушкина, 2004, стр. 107 – 130.